

Minimalautomat und Markierungsalgorithmus

Als Minimalautomat bezeichnet man einen Automaten mit der kleinsten Anzahl an Zuständen.

Der Minimalautomat wird auch Äquivalenzklassenautomat genannt, da seine Zustandszahl der Anzahl der Äquivalenzklassen der Sprache die er erkennt entspricht.

Für jeden DFA gibt es genau einen Minimalautomaten, der sich lediglich in der Wahl der Namen seiner Bezeichner unterscheiden kann.

Für einen NFA kann es unter Umständen verschieden Minimalautomaten geben.

Wenn man diese verschiedenen minimalen NFA's in DFA's umwandelt, so besitzen diese jedoch wieder ein und denselben Minimalautomaten.

Wie erzeuge ich aus einem Automaten einen Minimalautomaten?

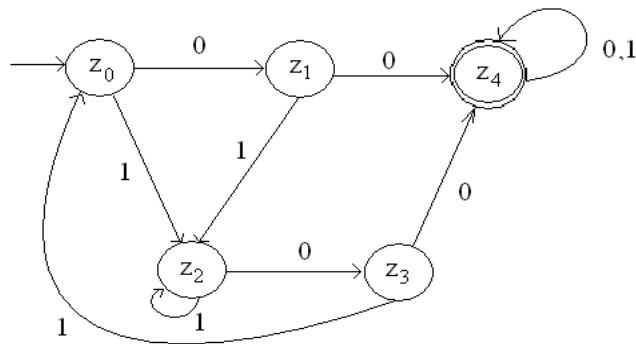
Oder wie erkenne ich, ob ich bereits einen Minimalautomaten vorliegen habe?

Für beides nutzt man wieder einen Markierungsalgorithmus (der im Schöning aber nicht so genannt wird).

Dieser Algorithmus erhält als "Eingabe" einen DFA, und er gibt uns zurück, welche Zustände noch verschmolzen werden können.

Beispiel und Anwendung:

gegeben sei folgender DFA:



gesucht sei der Minimalautomat.

Schritt 1: Aufstellen einer Dreiecksmatrix.

In x und in y Richtung werden alle Zustände so in die Spalten bzw. Zeilenköpfe eingetragen, dass sich ein Array ergibt, in der sich alle Zweierkombinationen aller Zustände ablesen/eintragen lassen.

	z_0	z_1	z_2	z_3
z_4				
z_3				
z_2				
z_1				

Schritt 2: Man markiert alle Kombinationen von Zuständen, wovon ein Zustand Endzustand ist. Sollten Kombinationen zwischen 2 Endzuständen g vorkommen, so markiere diese Paar nicht.

	z_0	z_1	z_2	z_3
z_4	X	X	X	X
z_3				
z_2				
z_1				

Schritt 3: Man untersucht die restlichen Paarungen in der Tabelle, ob sie auf einen bereits markierten Zustand führen. Hierbei geht man folgendermaßen vor:

3.1: Suche Lücke in Tabelle (und finde sie *g*) (hab z_3z_0 gefunden)

3.2: Untersuche im Automaten die beiden Zustände, und sehe für jedes Zeichen des Alphabetes nach, wohin sie führen. (Hierbei für beide Zustände jeweils das gleiche Zeichen verwenden.)

(ich nehm mir also als erstes vor, das Zeichen 0 aus dem Alphabet zu untersuchen. Ich schnappe mir also meinen Automaten, und schaue nach, wo ich hingelange wenn ich dem Pfeil mit der Null bei z_3 folge. Ich komme in den Zustand z_4 . (Das merk ich mir erst einmal). Als nächstes sehe ich nach, wohin ich komm, wenn ich dem Pfeil mit der Null bei Zustand z_0 folge. Hier komm ich zu Zustand z_1 . Ich habe beim Zeichen 0 also einmal z_4 und einmal z_1 als Ziel erhalten. Ich sehe jetzt also nach, ob die Zelle z_4z_1 in der Tabelle schon markiert ist. Ist diese Zelle markiert, auf die ich stoße, (und das ist der Fall), so kann ich die Ausgangszelle z_3z_0 jetzt auch markieren. Wäre die Zelle z_4z_1 nicht markiert gewesen, so hätte ich die Untersuchungen noch mit den anderen Zeichen des Alphabetes durchführen müssen. Wenn ich bei keinem Zeichen des Alphabetes zu einer bereit markierten Paarung finde, so bleibt die Zelle unmarkiert. Und ich mache bei der nächsten freien Zelle der Tabelle weiter.

z_3z_0 führt bei 0 zu z_4z_1 .

Kombination ist markiert, markiere deshalb z_3z_0 .

	z_0	z_1	z_2	z_3
z_4	X	X	X	X
z_3	X			
z_2				
z_1				

z_3z_1 führt bei 0 zu z_4z_4 .

>> nicht markiert >> tue nix.

z_3z_1 führt bei 1 zu z_2z_0 .

>> nicht markiert >> tue nix.

	z_0	z_1	z_2	z_3
z_4	X	X	X	X

	z_0	z_1	z_2	z_3
z_3	X			
z_2				
z_1				

z_3z_2 führt bei 0 zu z_4z_3 .

>> markiert >> markiere!

	z_0	z_1	z_2	z_3
z_4	X	X	X	X
z_3	X		X	
z_2				
z_1				

z_2z_0 führt bei 0 zu z_3z_1 .

>> nicht markiert >> tue nix.

z_2z_0 führt bei 1 zu z_2z_2 .

>> nicht markiert >> tue nix.

	z_0	z_1	z_2	z_3
z_4	X	X	X	X
z_3	X		X	
z_2				
z_1				

z_2z_1 führt bei 0 zu z_4z_3 .

>> markiert >> markiere!.

	z_0	z_1	z_2	z_3
z_4	X	X	X	X
z_3	X		X	
z_2		X		
z_1				

z_1z_0 führt bei 0 zu z_4z_1

>> markiert >> markiere!

	z_0	z_1	z_2	z_3
z_4	X	X	X	X
z_3	X		X	
z_2		X		
z_1	X			

Ein Durchlauf der Tabelle ist geschafft, da ich aber beim letzten Durchlauf, Markierungen durchgeführt habe, muss ich die freien Stellen noch einmal untersuchen.

Das spar ich mir, weil eh nix mehr markiert wird :-P

Der Algorithmus endet, wenn entweder alle Felder markiert sind, oder bei einem Durchlauf der Tabelle, keine neuen Markierungen mehr hinzugefügt wurden. Wenn bei einem Durchlauf in der

Tabelle etwas markiert wurde, so muss man die Tabelle nocheinmal durchlaufen.

Wir erhalten also als Endresultat diese Tabelle:

	z_0	z_1	z_2	z_3
z_4	X	X	X	X
z_3	X		X	
z_2		X		
z_1	X			

Die Paarungen die in dieser Tabelle jetzt noch nicht markiert sind, geben uns an welche Zustände zusammengelegt werden können. Das sind bei uns hier im Beispiel zum einen der Zustand z_0 und der Zustand z_2 , und zum anderen der Zustand z_1 und der Zustand z_3 .

Wir erhalten also diesen Automaten als Minimalautomaten:

