

Markierungsalgorithmus für Hornformeln

Der Markierungsalgorithmus ist ein Erfüllbarkeitstest, der auf Hornformeln angewandt werden kann.

Hornformeln sind Formeln, die in konjunktiver Normalform vorliegen, und bei denen jedes Disjunktionsglied höchstens ein positives Literal enthält.

Da Hornformeln in dieser Schreibweise oft unübersichtlich werden, werden die Disjunktionen und Negationen durch prozedurale Deutung in Implikationen umgemünzt.

Hornformel: $F = (A \vee \neg B) \wedge (\neg C \vee \neg A \vee D) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge D \wedge \neg E$

nach prozeduraler Deutung:

$$F \equiv (B \rightarrow A) \wedge (C \wedge A \rightarrow D) \wedge (A \wedge B \rightarrow 0) \wedge (1 \rightarrow D) \wedge (E \rightarrow 0)$$

der Markierungsalgorithmus untersucht ausgehend von den atomaren Formeln der Formel, diese auf Erfüllbarkeit. Hierbei macht er sich zu nutze, das aus der Formel der Wahrheitswert für bestimmte Literale ablesbar ist, und aufgrund von Implikationen, in anderen atomaren Formeln auf den Wahrheitswert weiterer Literale geschlossen werden kann, usw...

Beispiel:

Man wende den Markierungsalgorithmus auf die Formel F an.

$$F = (\neg A \vee \neg B \vee \neg D) \wedge \neg E \wedge (\neg C \vee A) \wedge C \wedge B \wedge (\neg G \vee D) \wedge G$$

nach prozeduraler Deutung:

$$F = ((A \wedge B) \rightarrow \neg D) \wedge (E \rightarrow 0) \wedge (C \rightarrow A) \wedge (1 \rightarrow C) \wedge (1 \rightarrow B) \wedge (G \rightarrow D) \wedge (1 \rightarrow G)$$

Schritt 1: C kann markiert werden aufgrund von $(1 \rightarrow C)$ und B kann markiert werden wegen $(1 \rightarrow B)$ und G kann markiert werden wegen $(1 \rightarrow G)$

Schritt 2: A kann markiert werden wegen $(C \rightarrow A)$. (C ist ja schon markiert)

Schritt 3: D kann markiert werden wegen $(G \rightarrow D)$.

Schritt 4: Da A und B markiert sind, müsste wegen $(A \wedge B) \rightarrow \neg D$ auch $\neg D$ markiert werden.

Da eine Markierung von D und eine Markierung von $\neg D$ zu einem Widerspruch führt, wissen wir, dass diese Formel unerfüllbar ist.