

Das Deduktionstheorem

Das Deduktionstheorem ist ein Hilfsmittel im Hilbert Kalkül. Hierbei wird die Formelmeng auf der im Beweis gearbeitet wird, um die Formel erweitert, die in der Implikation links steht.

Formal:

Deduktionstheorem

$$\begin{array}{l} M \cup \{ F \} \\ M \end{array} \quad \begin{array}{l} \vdash G \text{ genau dann wenn} \\ \vdash F \rightarrow G \end{array}$$

Beispiel:

zu zeigen: $A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$

>> anwenden des Deduktionstheorems

danach ist zu zeigen : $A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \vdash C$

1. Schritt : $A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \vdash A \rightarrow B$ (Hyp)
2. Schritt : $A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \vdash A$ (Hyp.)
3. Schritt : $A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \vdash B$ (Modus Ponens aus 1 und 2)
4. Schritt : $A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \vdash B \rightarrow C$ (Hyp.)
5. Schritt : $A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \vdash C$ (Modus Ponens aus 4 und 5)

Fazit: mit Hilfe des Deduktionstheorems kann man unter Umständen viel Arbeit gegenüber dem herkömmlichen Bearbeiten einsparen.